

例題

1



真空中の電荷と電界に関する下記の文において〔ア〕から〔サ〕にあてはまる式または記号を記せ。ただし、クーロンの法則の比例定数を $k_0 [N \cdot m^2/C^2]$ 、電子の電荷を $-e [C]$ 、電子の質量を $m [kg]$ とし、無限遠点での電位を $0 [V]$ とする。電界の向きについては、図中に示された①～⑧の中から正しい方向を選んで、その番号を記せ。

- (1) 図のように水平面上に互いに直交する x 軸、 y 軸をとり、原点から $d [m]$ はなれた x 軸上の点 $A(d, 0)$ に電気量 $Q [C] (Q > 0)$ の点電荷を固定する。このとき、 x 軸上の点 $B(-d, 0)$ の電界の大きさは 〔ア〕 $[N/C]$ で、電界の向きは 〔イ〕 である。また、この点の電位は 〔ウ〕 $[V]$ である。

点 A の電荷 Q がつくる電界中で、 x 軸上の負の方向の無限遠点に置かれたもう一つの点電荷 $Q [C]$ を x 軸に沿って点 B まで動かす。このとき外力がする仕事は 〔エ〕 $[J]$ である。

- (2) 点 $A(d, 0)$ と点 $B(-d, 0)$ に正の電荷 Q を固定すると、 y 軸上の点 $C(0, d)$ での電界の大きさは 〔オ〕 $[N/C]$ となり、この点に電子を置くと、電子には大きさ 〔カ〕 $[N]$ の力がはたらく。

つぎに、点 C で速度 0 であった電子が電界で力をうけて y 軸上を動くとすると、原点 $O(0, 0)$ での速さは 〔キ〕 $[m/s]$ となる。ここで電子に働く重力の影響は小さく無視できるものとする。

- (3) 点 A と点 B の正の電荷 Q のほかに、点 C に電気量 $-Q [C]$ の点電荷を固定する。このとき、 y 軸上の点 $D(0, -d)$ での電界の方向は 〔ク〕 である。

さらに、これら三つの点電荷を固定したままで、 y 軸上の負の方向の無限遠点に置かれた電気量 $-Q [C]$ の点電荷を y 軸に沿って点 D まで動かす。このときに外力がする仕事は 〔ケ〕 $[J]$ である。

(4) 点Aと点Bに電荷 Q 、点Cと点Dに電荷 $-Q$ を固定した状態から、点Cの電荷 $-Q$ を $C \rightarrow P \rightarrow B$ の経路で点Bまで、また点Bの点電荷 Q を $B \rightarrow O \rightarrow C$ の経路で点Cまで同時に動かす。このとき外力がする仕事は (コ) [J] である。

さらに、点Aの電荷 Q と点Bの電荷 $-Q$ を固定したままにして、点Cの電荷 Q を y 軸の正の方向に向かって無限遠点まで、また点Dの電荷 $-Q$ を y 軸の負の方向に向かって無限遠点まで同時に動かす。このとき外力がする仕事は (サ) [J] である。

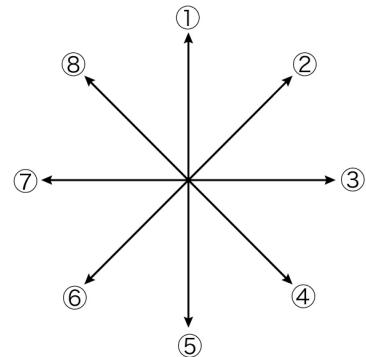
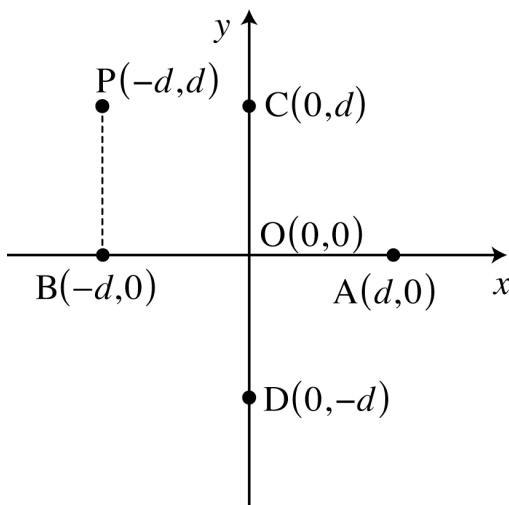




図1のように、帯電していない導体板の表面に近接して天井からバネで帯電していない質量 m の小球Aがつり下げられている。この小球Aに正電荷 q を与えたところ図2に示すように、バネがわずかにのびて小球Aが静止した。このとき、小球と導体表面との距離は a であった。正電荷 q をもつ小球Aには導体板による鉛直方向下向きの静電気力 \vec{F}_E が働いていると考えられる。次に小球Aをわずかに持ち上げ静かにはなしたところ小球は振動した。この現象について考えてみよう。ただし、導体板は十分大きく、接地されていない。小球Aの正電荷 q は変化せず天井とバネの静電場に対する影響は無視できるものとする。また、バネ定数を C 、クーロンの法則の比例定数を k_0 とする。振動中の電磁波の放射は考えない。

この静電気力 \vec{F}_E を調べ、振動を考えてみよう。はじめに、図3のように距離 $2a$ だけ離れた二点Q、Q'に各々正負の点電荷 q 、 $-q$ がある場合を考える。

- (1) QQ'の中点をOとし、OからQQ'に垂直に x だけ離れた点Rにおける電場 \vec{E}_R の大きさと方向を求めよ。
- (2) また、Oを通りQQ'に垂直な平面S上で、電位 V およびその分布はどうになっているか答えよ。ただし、電位の基準点は無限遠にとるものとする。
- (3) Q、Q'を含む平面での電場の様子を電気力線を用いて図示せよ。ただし、電気力線の本数にこだわる必要はないが、その特徴が分かるように注意して描くこと。
- (4) Q'の電荷 $-q$ によるQ点の電場 \vec{E}_q の大きさと方向を求め、Q点の電荷 q に働く力 \vec{F}_q の大きさと方向を求めよ。

つぎに、図4のように帯電していない導体板の表面が平面Sに重なるようにおき、 Q' の点電荷 $-q$ を取り除いても、導体板の上側の電場の様子は変わらなかつた。

(5) このとき導体板ではどのようなことが生じているか、40字程度で簡潔に説明せよ。

(6) このときQ点の点電荷 q に働く力 \vec{F}_E の大きさと方向を求めよ。

以上の結果を利用して、小球Aの振動を考えよう。

(7) 小球Aの微小振動の角振動数 ω_0 を m 、 C 、 k_0 、 q 、 a を用いて表せ。ただし、図2のように小球Aの静止位置を原点として小球の位置座標 z をとつたとき、 z が微小であるとして $(1+bz)^{-2} \approx 1-2bz$ (b は定数) と近似することにする。

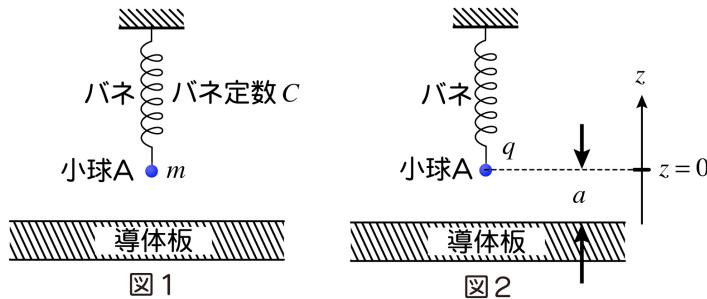


図1

図2

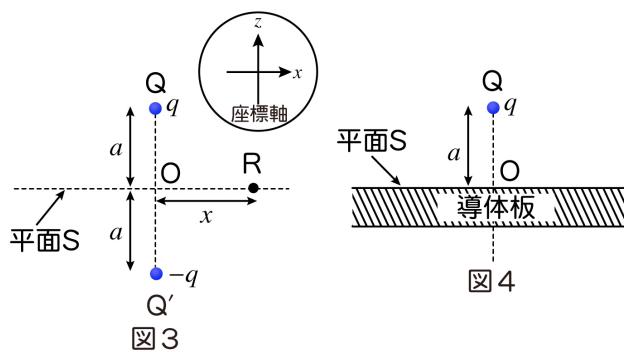


図3

図4